

ТЕХНИЧКА ШКОЛА КИКИНДА

Подручје рада: Електротехника

Четворогодишњи образовни профили:

Електротехничар рачунара

Електротехничар аутоматике

Електротехничар електронике

МАТЕМАТИКА

1

Програм:

1. Логика и скупови
2. Реални бројеви
3. Пропорционалност величина
4. Рационални алгебарски изрази
5. Увод у геометрију
6. Изометријске трансформације; вектори
7. Линеарне једначине и неједначине; линеарна функција
8. Хомотетија и сличност
9. Тригонометрија правоуглог троугла

Задаци

1. Испитати да ли је следећа формула таутологија: $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
2. Испитати да ли је следећа формула таутологија: $(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \wedge \neg(p \vee q))$
3. Одредити скупове:
 $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leq x < 8\}$ $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge -3 < x \leq 4\}$ $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 2x + 5 \leq 11\}$
 а затим одредити скуп $(B \cap C) \cup (A \setminus C)$.
4. Одредити скупове:
 $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x < 7\}$ $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge -4 < x \leq 3\}$ $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 2x + 5 \leq 9\}$
 а затим одредити скуп $(A \setminus C) \cap (B \cup C)$.
5. У скупу природних бројева дата је релација $\rho: (a, b) \in \rho \Leftrightarrow (a + b \text{ је паран број})$. Испитати да ли је релације ρ релација еквиваленције.
6. У скупу природних бројева дата је релација $\rho: (a, b) \in \rho \Leftrightarrow (3 \mid (a - b))$. Испитати да ли је релације ρ релација еквиваленције.
7. Нека су функције f и g , које пресликавају $R \rightarrow R$ дефинисане формулама $f(x) = 2x + 4$ и $g(x) = x^2$. Проверити да ли су ове функције бијективна пресликавања.
8. Нека је $f(x) = 2x - 1$. Одредити: $f(0)$, $f\left(\frac{5}{6}\right)$, $f\left(-\frac{5}{6}\right)$, $f(x+1)$, $f(2x)$.
9. Дате су функције: $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = 5x + 3$. Одредити $g \circ f$, $f \circ f$ и f^{-1} .
10. Нека је $f(x) = x^2 - 2x - 3$ и $g(x) = 4x^3$. Одредити функције $f \circ f$, $g \circ f$, $f \circ g$ и $g \circ g$.
11. Наћи инверзно пресликавање за функцију $f(x) = 2x + 4$.
12. Наћи инверзно пресликавање за функцију $f(x) = 1 - 2x$.
13. Радећи дневно по 8 часова, 21 радник за 6 дана изради 720 металних профила. За колико ће дана 28 радника, радећи по 7 часова дневно израдити 1260 профила?
14. Радећи дневно по 6 часова, 40 радника заврши неки посао за 20 дана и заради 192000 динара. Колико дана треба да ради 50 радника, радећи по 8 часова дневно, да би зарадили 160000 динара?
15. Поделити летву дужине 456 m на три дела тако да њихове дужне буду пропорционалне бројевима $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{7}{12}$.
16. Једна врста месинга је легура бакра, цинка и олова, легираних по размери 84:56:28. Колико има сваког метала у блоку месинга тежине 996 kg?

17. Ако се плати у готовом, цена књиге је нижа за 20% и износи 262,8 динара. Колики је попуст?
18. Неко је отплатио 12% свог дуга и остало му је још да отплати 42848 динара. Колико је износио дуг на почетку?
19. Свеже грозђе садрже 90% воде, а суво 12%. Колико килограма сувог грозђа се може добити од 22 kg свежег?
20. Применом формула за разлику квадрата, збир кубова и разлику кубова раставити на чиниоце:
- а) $\frac{9x^2}{4} - \frac{4y^2}{9}$ б) $\frac{1}{8} - \frac{x^3}{27}$ в) $0,027x^3 + (x-1)^3$
21. Применом формула за разлику квадрата раставити на чиниоце: $36(x-2)^2 - 25(x+1)^2$
22. Користећи формуле за квадрат и куб бинорма раставити на чиниоце следеће полиноме:
- а) $25x^2 + 40xy + 16y^2$ б) $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$ в) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$
23. Раставити на просте чиниоце полином: $x^5 - x$
24. Наћи количник и остатак при дељењу полинома:
 $(2x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 9x + 2) : (x^2 - 3x + 2)$
25. Наћи количник и остатак при дељењу полинома: $(x^5 - x^3 - x^2 + x - 1) : (x^3 + x^2 - 1)$
26. Наћи највећи заједнички делилац и најмањи заједнички садржалац за полиноме:
 $(a-b)^2$, $(a+b)^2$, $a^2 - b^2$
27. Наћи највећи заједнички делилац и најмањи заједнички садржалац за полиноме:
 $x^2 + 3xy - 28y^2$, $x^3 - 64y^3$, $x^2 - 8xy + 16y^2$
28. Извршити назначена сабирања и одузимања разломака:
- а) $\frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2}$ б) $\frac{2}{a+4} - \frac{a-3}{a^2 - 8a + 16} - \frac{a-9}{a^2 - 16}$
29. Средити дате изразе:
- а) $\frac{a^3 + 27}{a^3 - 27} : \frac{a^2 - 3a + 9}{a^2 + 3a + 9}$ б) $\frac{(x^3y^2)^2}{x^4y} \cdot \frac{xy^3}{(x^4y^2)^3}$
30. Средити дате изразе:
- а) $3 - \frac{1}{ab}$ б) $\frac{10x}{2x-6} - \frac{9x+3}{2x-6}$
 $\frac{1}{a} + \frac{3}{b}$ $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$
31. Који многоугао има 44 дијагонале?

32. Нека су a , b , c и d четири паралелне праве, међу којима никоје три не припадају једној равни. Колико равни одређују ове праве?
33. Доказати да је троугао ABC подударан троуглу $A_1B_1C_1$ ако и само ако је $b = b_1$ и $c = c_1$ и $t_c = t_{c_1}$.
34. Доказати да су троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ подударни ако су им једнаке висине CD и C_1D_1 , странице AB и A_1B_1 и углови ACD и $A_1C_1D_1$.
35. Доказати да су оштроугли троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ подударни ако су им једнаке висине CD и C_1D_1 и дужи $AD = A_1D_1$ и $BD = B_1D_1$.
36. Ако је у неком троуглу тежишна линија једнака половини наспрамне странице, онда је један угао тог троугла једнак збиру друга два угла тог троугла. Доказати.
37. Дати су у равни вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Конструисати векторе:
- а) $\vec{v}_1 = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ б) $\vec{v}_2 = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ в) $\vec{v}_3 = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} - 2\vec{c}$
38. Нека су A , B , C три произвољне тачке. Показати да је $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$.
39. Дат је правилни шестоугао $ABCDEF$. Нека је $\vec{AB} = \vec{p}$ и $\vec{AF} = \vec{q}$. Изразити помоћу \vec{p} и \vec{q} векторе \vec{BC} , \vec{CD} , \vec{ED} , \vec{EF} .
40. Ако је $ABCD$ паралелограм, показати да је $\vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB}$ и $\vec{AC} = \vec{DC} - \vec{CB}$.
41. Средња линија троугла паралелна је са трећом страницом и једнака њеној половини. Доказати.
42. Унутрашњи углови троугла су једнаки угловима:
а) 4ϕ , 9ϕ и 7ϕ б) 5ϕ , 8ϕ и 9ϕ .
Израчунати у степенима углове овог троугла.
43. Угао при врху једнакокраког троугла је 28° . Израчунати угао који образује основица троугла са висином која одговара краку троугла.
44. Висина, која одговара краку, образује са основицом једнакокраког троугла угао $\delta = 40^\circ 54' 33''$. Израчунати све унутрашње и све спољашње углове троугла.
45. Ако су $\alpha = 52^\circ$ и $\beta = 68^\circ$ унутрашњи углови неког троугла, израчунати углове које образују по две симетрале унутрашњих углова у овом троуглу.
46. Израчунати углове паралелограма ако је један угао три пута већи од суседног унутрашњег угла.
47. Наћи збир унутрашњих углова произвољног седмоугла.
48. Постоји ли конвексан многоугао код ког су зборови унутрашњих и спољашњих углова у односу 15:2?
49. Одредити дужину мање основице једнакокраког трапеза, ако је она једнака бочној страници, обим трапеза је 28, а средња дуж 9.

50. Тачкама A и B круг је подељен на два кружна лука који стоје у размери 5:7. Израчунати периферијске углове који одговарају кружним луковима.
51. Израчунати угао између тангенте и тетиве ако тетива дели круг на два лука у размери 3:7.
52. У тангентном четвороуглу странице износе 5cm , 9cm и 15cm . Израчунати четврту страницу четвороугла.
53. У тетивном четвороуглу два унутрашња угла на једној страници износе 152° и 134° . Одреди друга два угла четвороугла.
54. Конструисати троугао $A_1B_1C_1$ централно симетричан датом троуглу ABC ако је центар симетрије:
а) тачка O ван троугла; б) тачка S у троуглу; в) тачка T на страници BC .
55. Дата је права p и тачке A и B . Конструисати дуж, која је симетрична са дужи AB у односу на праву p , ако су тачке A и B :
а) са исте стране праве p ; б) са разних страна праве p .
56. Дати круг ротирати око тачке P за 120° (тачка P је ван круга).
57. Дати троугао ABC пресликати у троугао $A'B'C'$ централном симетријом са центром симетрије у тачки A , а затим добијени троугао пресликати у осно симетричан троугао $A''B''C''$ у односу на праву AC . Троугао $A''B''C''$ пресликати translацијом за вектор \overline{AB} у троугао $A'''B'''C'''$.
58. Решити једначину: $(2x-1)^3 + 2x = 4x(2x^2 - 3x) + 15$
59. Решити једначину: $(x-2)^2 - (x-3)(x+3) = 13 - 4x$
60. Решити једначину по x где је a параметар: $(3a-2)x - 5a = (2a-3)x$
61. Решити неједначину: $(x+1)(x+4) \geq 0$
62. Решити неједначину: $\frac{x+3}{x-4} \leq 0$
63. Нацртати графике функција:
а) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$; б) $f(x) = -2x + 3$; в) $f(x) = |x-3| - 1$;
64. Решити системе једначина:
а) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -6x + 9y = -10 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5(x-2y+1) - 2(2x+3y-2) = x-16y+9 \\ 3(2x-y+3) + 4(-x+y-1) = 2x+y+5 \end{cases}$
65. Решити систем једначина: $\frac{5x+2y}{4} = \frac{7x-5y}{3}$, $\frac{7x-2y}{3} = \frac{5x+2y}{4} + 1$
66. Решити систем неједначина: $2(3x-1) < 3(4x+1) + 16$, $4(2+x) < 3x+8$
67. Решити систем неједначина: $36(2-x) > 15 - 4(4x-3)$, $2x(2x-5) - 27 \leq (2x+1)^2$

68. Олуја поломи стабло висине 16 m и при том му врх додирне земљу 8 m далеко од стабла. На којој се висини поломило стабло?
69. Катете троугла ABC су 10 и 24 , а обим сличног троугла $A'B'C'$ је 90 . Израчунати странице троугла $A'B'C'$.
70. Нека су a и b катете, c хипотенуза, h_c хипотенузина висина, p управна пројекција катете a на хипотенузу и q управна пројекција катете b на хипотенузу. Одредити непознате елементе скупа $\{a, b, c, h_c, p, q\}$ ако је: $b = 0,8$, $h_c = 0,48$.
71. Одредити остале тригонометријске функције ако је: а) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; б) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$
72. Одредити остале тригонометријске функције ако је: а) $\operatorname{tg} \alpha = 2$; б) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{12}{5}$
73. Израчунати:
а) $(6 \sin 45^\circ + 4 \cos 45^\circ)(3 \operatorname{tg} 45^\circ + 2 \operatorname{ctg} 45^\circ)$ б) $(2 \sin 30^\circ + 4 \cos 60^\circ)(3 \operatorname{tg} 30^\circ + 3 \operatorname{ctg} 60^\circ)$
74. Дата је хипотенуза правоуглог троугла $c = 6\text{ cm}$ и угао $\alpha = 30^\circ$. Израчунати остале странице троугла помоћу тригонометријских функција.
75. Доказати да за све оштре углове x важи: $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$
76. Доказати да за све оштре углове x важи: $\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \sin^2 x$
77. Доказати да за све оштре углове x важи: $\left(\frac{1}{\cos x} + \operatorname{tg} x\right)\left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x\right) = 1$
78. Доказати да за све оштре углове x важи: $\frac{1 - 2 \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$
79. Упростити израз: $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$
80. Упростити израз: $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 - (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)^2$

Препоручена литература

1. Математика 1 (програми са четири часа наставе математике недељно)
Павле Миличић и др.
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 21177
2. Збирка решених задатака из математике 1
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 21125