ТЕХНИЧКА ШКОЛА КИКИНДА

Подручје рада:	Електротехника
Четворогодишњи образовни профили:	
	Електротехничар рачунара
	Електротехничар аутоматике
	Електротехничар електронике

МАТЕМАТИКА 3

Програм:

1. Полиедри
2. Обртна тела
3. Вектори
4. Аналитичка геометрија
5. Линеарно програмирање
6. Математичка индукција; низови
7. Комплексни бројеви и полиноми

Задаци

1. Дате су две коцке, чије су ивице $18\ cm$ и $24\ cm$. Израчунати запремину оне коцке чија је површина једнака збиру површина датих коцки.

2. Запремина правилне шестостране призме је $540\sqrt{3}\ cm^3$, а висина призме је $10\ cm$. Израчунати површину призме.

3. Права правилна четворострана призма има висину $16cm$ и површину $370cm^2$. Израчунати основну ивицу.

4. Израчунати површину и запремину праве тростране једнакоивичне призме ивице $a = 8cm$.

5. Запремина правилне шестостране пирамиде је $24\sqrt{3}cm^3$ а бочна ивица пирамиде је $5cm$. Израчунати површину пирамиде.

6. Израчунати површину и запремину праве правилне четворостране зарубљене пирамиде чије су основне ивице $10\ cm$ и $4\ cm$, а висина $\sqrt{7}\ cm$.

7. Израчунати површину и запремину праве правилне тростране пирамиде ако је основна ивица $a = 12\ cm$, а бочна $s = 16\ cm$.

8. Основа пирамиде је квадрат око кога се може описати круг полупречника $6\ cm$, а бочне стране су једнакостранични троуглови. Израчунати површину пирамиде.

9. У коцку ивице $a = 8\ cm$ уписан је ваљак. Израчунати површину и запремину ваљка.

10. Правоугаоник дужине $13\ cm$ и ширине $4\ cm$ обрће се око дужине правоугаоника. Израчунати површину и запремину насталог тела.

11. Једнакокраки троугао чија је основица $8\ cm$, а крак $12\ cm$, ротира око основице. Израчунати површину и запремину насталог тела.

12. Израчунати запремину праве купе ако је дата површина $P = 216\pi\ cm^2$ и омотач $M = 135\pi\ cm^2$.

13. Правоугли трапез основица $a = 10cm$ и $b = 2cm$ и површине $90cm^2$ ротира око веће основице. Израчунати површину и запремину насталог тела.

14. Запремина кофе је 10,5 литара. Пречници основе дна и отвора су $16cm$ и $28cm$. Одредити дубину кофе.

15. Ако је запремина полулопте $18\pi\ cm^3$, израчунати њену површину.

16. Лопта се котрља праволинијски без клизања. Ако се обрне 10 пута на путу дужине $628\ cm$, израчунати површину и запремину лопте $(\pi \approx 3{,}14)$.

17. Метално тело облика лопте треба претопити у лопте два пута мањег полупречника. Колико се таквих лопти добија?

18. Израчунати обим троугла чија су темена $A(-3,-2)$, $B(6,0)$ и $C(1,5)$ и одредити у координатном систему положај тих тачака.

19. Дата су темена троугла $A(-6,10)$, $B(8,-6)$ и $C(4,4)$. Израчунати дужине тежишних дужи.

20. Израчунати површину троугла чија темена имају следеће координате: $A(-10,14)$, $B(6,-10)$ и $C(2,-6)$.

21. Одредити векторски производ вектора $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+5\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$.

22. Израчунати површину паралелограма конструисаног над векторима $\vec{a}=(1,1,-1)$ и $\vec{b}=(2,-1,2)$.

23. Доказати да су вектори $\vec{a}=(-1,3,2)$, $\vec{b}=(-2,-3,4)$, $\vec{c}=(-3,12,6)$ компланарни.

24. Тачке $A(1,2,-1)$, $B(0,1,5)$, $C(-1,2,1)$ и $D(2,1,3)$ припадају једној истој равни. Доказати.

25. Израчунати запремину паралелограма конструисаног над векторима $\vec{a}=(0,1,1)$, $\vec{b}=(1,0,1)$, $\vec{c}=(1,1,0)$.

26. Испитати да ли тачке: $A(1,5)$ и $B(4,-3)$ леже на правој $2x-y+3=0$.

27. Дата је права $x+4y-1=0$. Одредити коефицијент правца и одсечак на оси Oy.

28. Једначину праве $\frac{x}{3}+\frac{y}{7}=1$ довести на:
а) експлицитни
б) имплицитни
в) нормални облик

29. Кроз тачку $A(2,5)$ повући праву:
а) паралелно
б) нормално
према правој $3x-y+5=0$.

30. Одредити једначину праве која пролази кроз тачку $A(4,-1)$ и кроз пресек правих $2x-y=4$ и $x+y=-5$.

31. Одредити полупречник и координате центра кружнице $x^2+y^2-6x-8y-24=0$, а затим нацртати у координатном систему ту кружницу.

32. Одредити положај праве $x-2y=10$ и кружнице $x^2+y^2-2x+4y=0$.

33. Одредити полуосе *a* и *b* криве $16x^2+25y^2=400$ и нацртати је.

34. Испитати да ли тачка $A\left(5,\frac{4}{3}\right)$ лежи на хиперболи $x^2-9y^2=9$.

35. Написати једначину кружнице чији је центар у пресеку правих линија $2x+y-15=0$ и $x-3y+17=0$, а садржи тачку $A(9,-5)$.

36. Из дате тачке $P(-6,0)$ ван кружнице $x^2+y^2=9$ конструисане су тангенте на кружницу. Написати њихове једначине.

37. Одредити једначину елипсе која садржи тачке $M(6,4)$ и $N(-8,3)$.

38. Одредити положај тачке $E\left(-4,2\sqrt{6}\right)$ у односу на елипсу $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{36}=1$.

39. Написати једначину тангенте елипсе која је нормална на праву: $x^2+2y^2=54$, $x+y-4=0$.

40. Написати једначину тангенте хиперболе у својој тачки *M*: $x^2-y^2=40$, $M(x,9)$.

41. Кроз жижу параболе $y^2=10x$ конструисана је тетива нормално на њену осу. Одредити дужину тетиве.

42. Написати аритметички низ ако је дат први члан a_1 и диференцијал *d*: $a_1=-5$, $d=-2$. Наћи $a_{26}=?$

43. Написати аритметички низ ако је $a_5=14$, $d=3$.

44. Написати аритметички низ ако је $a_7=-20$, $a_6=-17$.

45. Наћи збир првих 36 чланова аритметичког низа: –8, –3, 2, ...

46. Наћи *d* и *n* ако је дато: $a_1=-2$, $a_n=22$, $S_n=90$.

47. Наћи a_1 и d ако је дато: $a_5=6$, $a_{12}=-15$.

48. Наћи аритметички низ ако важи релација:
$a_3+a_6=20$
$a_9-a_2=14$

49. Написати неколико чланова геометријског низа ако је дато: $a_1=-4$ и $q=2$. Наћи $a_8=?$

50. Написати неколико чланова геометријског низа ако је дато: $a_5=\frac{1}{4}$, $q=\frac{1}{2}$.

51. Израчунати збир првих 12 чланова геометријске прогресије: 2, 4, 8, 16, ...

52. Израчунати a_1 и *q* геометријске прогресије ако је дато $a_2=10$, $a_7=-320$.

53. Израчунати *n* и S_n ако је дато: $a_1=3$, $q=2$, $a_n=96$.

54. Математичком индукцијом доказати: $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

55. Математичком индукцијом доказати: $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+...+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

56. Математичком индукцијом доказати: $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+...+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$

57. Доказати да је $(\forall n)\, n\in N\ \ 3\cdot 5^{2n+1}+2^{3n+1}\equiv 0(\bmod 17)$

58. Доказати да је $(\forall n)\, n\in N\ \ 2^{2n+1}-9n^2+3n-2$ дељиво са 54.

59. Претворити комплексни број у тригонометријски облик $z=1+i$.

60. Дати су комплексни бројеви $z_1=4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ и $z_2=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$. Одредити $z=z_1\cdot z_2$.

61. Дати су комплексни бројеви $z_1=\sqrt{2}\left(\cos 75°+i\sin 75°\right)$ и $z_2=2\left(\cos 30°+i\sin 30°\right)$. Одредити $z=\frac{z_1}{z_2}$.

62. Применом Моавровог обрасца израчунати z^6 ако је $z=2\left(\cos\frac{\pi}{18}+i\sin\frac{\pi}{18}\right)$.

63. Израчунати $\sqrt[3]{1}$.

Препоручена литература

1. Математика 3 са збирком задатака за четворогодишње стручне школе: машинску, електротехничку, саобраћајну, грађевинску, рударску, дрвопрерађивачку и хемијску
Душан Георгијевић, Милутин Обрадовић
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 23177

2. Збирка решених задатака из математике 3
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 23128