

ТЕХНИЧКА ШКОЛА КИКИНДА

Подручје рада: Електротехника

Образовни профили: Електротехничар рачунара
Електротехничар аутоматике
Електротехничар електронике

МАТЕМАТИКА

ИЗБОРНИ ПРЕДМЕТ ЗА МАТУРСКИ ИСПИТ

Програм:

1. Логика и скупови; Пропорционалност величина
2. Рационални алгебарски изрази; Полиноми
3. Линеарна функција; Линеарне једначине и неједначине; Системи линеарних једначина и неједначина
4. Планиметрија (троугао, четвороугао, круг)
5. Изометријске трансформације; Хомотетија и сличност
6. Степеновање и кореновање; Комплексни бројеви
7. Квадратна функција; Квадратне једначине и неједначине; Системи квадратних једначина; Алгебарске и ирационалне једначине и неједначине
8. Експоненцијална и логаритамска функција; Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине
9. Тригонометријске функције; Тригонометријски идентитети, једначине и неједначине; Примена тригонометрије на троугао
10. Аналитичка геометрија у равни (права, круг, елипса, парабола и хипербола)
11. Стереометрија (призма, пирамида, зарубљена пирамида, ваљак, купа, зарубљена купа, сфера и делови сфере)
12. Комбинаторика; Биномна формула; Аритметичка и геометријска прогресија
13. Гранична вредност; Извод и примена извода; Интеграли

I разред

1. Израчунати: $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) : \frac{a+b+c}{abc}$.
2. Упростити израз $\frac{a^3 + b^3}{(a+b)(a^2 - b^2)} + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2 - b^2}$.
3. Раставити на чиниоце $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ користећи Безуову теорему.
4. Решити једначину: $|x-1| + |x-2| = 1$.
5. Решити систем једначина Гаусовом методом елиминације:
 $2x - y + 2z = -2 \wedge -2x + y - z = 1 \wedge x - 2y - z = -5$
6. Решити систем линеарних једначина:
 $y - 2|x| = -3$
 $|y| + x = 3$
7. Решити неједначину: $\frac{2x-1}{x+1} \geq 2$.
8. Доказати: $xy > 0 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$.
9. Доказати: $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.
10. Нека је M произвољна тачка и T тежиште троугла ABC . Доказати: $\overrightarrow{MT} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.
11. Симетрале страница троугла секу се у једној тачки. Доказати.
12. Дати су кругови K_1, K_2 и права p . Конструисати тачке A_1 и A_2 тако да $A_1 \in K_1$ и $A_2 \in K_2$ и да су тачке A_1 и A_2 симетричне у односу на праву p .
13. Конструисати троугао ако му је дато: a, h_a, α .
14. Доказати да је за сваки природан број m број $m^5 - m$ дељив са 30.
15. Свеже шљиве садрже 80% воде, а суве 12%. Колико се килограма сувих шљива може добити од 220 килограма свежих?
16. Роба је у току године два пута поскупела. Ако је прво поскупљење било за 60%, а друго за 25%, за колико је цена те робе на крају године била већа од њене цене на почетку године?
17. Књига је поскупела за 60%. За колико књига треба да појефтине да би се њена цена вратила на првобитни ниво?

II разред

1. Рационалисати именилац разломка:

а) $\frac{1}{2 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}}$.

2. Одредити збир: $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$.

3. Израчунати: $x \sqrt{\frac{1}{x} \sqrt{\frac{1}{x} \sqrt{\frac{1}{x}}}}$.

4. Израчунати $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ ако је $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ и $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$.

5. Ако је $x = 2y$, израчунати:

$$\left(\left(\frac{y}{y-x} \right)^{-2} - \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - xy} \right) \cdot \frac{x^4}{x^2 y^2 - y^4}.$$

6. Упростити израз:

$$\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2} - 1+a} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{a^2} - 1} - \frac{1}{a} \right).$$

7. Доказати да је број $z = \frac{(1+i)^{100}}{(1-i)^{96} - i(i+1)^{98}}$ реалан. ($i^2 = -1$)

8. Скратити разломак: $\frac{3x^2 + 2x - 8}{12x^2 - 7x - 12}$, $x \neq \frac{4}{3}$, $x \neq \frac{3}{4}$.

9. Решити једначину: $2x^2 + |x-1| = 2$.

10. Решити једначину: $\frac{x+1}{x^2-36} - \frac{x-2}{2x^2-12x} = \frac{x-1}{x^2+6x}$.

11. За које вредности параметра p једначина $9x^2 - 2x - p = 6 + px$ има реалне и различите корене?

12. У једначини $x^2 - 6x + c = 0$ одредити c под условом да су њени корени везани релацијом $3x_1 + 2x_2 = 20$.

13. Одредити вредност реалног параметра a тако да међу коренима једначине

$$x^2 - (a+1)x + 2(a-1) = 0 \text{ важи једнакост } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{5}{4}.$$

14. Израчунати:

а) $\sqrt{-15 + 8i}$; б) $\sqrt{1 + i\sqrt{3}} + \sqrt{1 - i\sqrt{3}}$.

15. Решити неједначину: $\frac{x^2 + 5x - 4}{x^2 - 2x} < 1$.
16. Решити неједначину: $\left| \frac{3x}{x^2 - 4} \right| \leq 1$.
17. Наћи сва решења једначине: $x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{x} \right) = 5$.
18. Решити једначину: $x^3 + 8 = 4x^2$.
19. Решити једначину: $(16 - x^2)\sqrt{2x + 6} = 0$.
20. Решити једначину: $\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} = 0$.
21. Решити једначину: $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x-1} = 1$.
22. Решити неједначину: $\sqrt{6 - |x|} < x$.
23. Решити систем:
 $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30$
 $\sqrt{y} - \sqrt{x} = 1$
24. Решити једначину: $\frac{4^x + 1}{4^{x+1} - 2} = 2^{2x+1} - 1$.
25. Решити једначину: $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8} \right)^{-x}$.
26. Решити једначину: $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$.
27. Решити неједначину: $0,2^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} > 25$.
28. Решити неједначину: $0,5^{x+2} < 1$.
29. За које вредности је дефинисана функција $y = \log(6 + x - x^2)$?
30. Решити једначину: $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$.
31. Решити једначину: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 9\frac{3}{2}$.
32. Решити неједначину: $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} < 1$.

III разред

1. У једнакокраком троуглу дата је висина $h = 5$ која одговара основи и дат је полупречник уписане кружнице $r = 2$. Израчунати странице троугла.
2. Посуда облика купе чији је осни пресек једнакостранични троугао окренута је врхом на доле, тако да јој је висина вертикална. У посуди се налази толика количина воде, да је метална кугла полупречника 5 убачена у посуду потпуно потопљена и да површина воде додирује куглу. Наћи висину водене купе када се кугла извади.
3. Наћи аритметички низ у којем је збир прва три члана 27, а збир њихових квадрата 275.
4. За које вредности x : $\log 2, \log(2^x - 1), \log(2^x + 3)$ узети у датом редоследу чине аритметички низ?
5. Димензије правоуглог паралелопипеда чине аритметички низ. Израчунати димензије паралелопипеда ако је његова површина 94cm^2 , а дијагонала $5\sqrt{2}\text{cm}$.
6. Између бројева 1 и 256 интерполирати три броја тако да са датим бројевима чине геометријски низ.
7. У растућем геометријском низу збир првог и седмог члана износи 65, а производ трећег и петог члана је 64. Који члан тог низа износи 1024?
8. Математичком индукцијом доказати Моавров образац:
 $(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx$.
9. Математичком индукцијом доказати: $3 \mid (5^{n-1} + 2^n)$.
10. Математичком индукцијом доказати: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.
11. Математичком индукцијом доказати: $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$.
12. Математичком индукцијом доказати Бернулијеву неједнакост:
 $(1+h)^n \geq 1+nh$, $n \in \mathbb{N}$, $h > 0$, $n \geq 1$.
13. За које вредности параметра p права $y = -x + p$ представља тангенту елипсе $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$?
14. Права $2y + x = 0$ сече параболу $y^2 = 4x$ у тачкама A и B . Одредити средину дужи AB .
15. Дуж AB је пречник кружнице. Ако је $A(4,2)$ и $B(2,-2)$, одредити тачке у којима кружница сече x осу.
16. Једначина хиперболе (извођење).
17. Сви облици једначине праве (имплицитни, експлицитни, сегментни и нормални).

18. Дана је права $p : y = 2x + 1$ и тачка $A(2,2)$. Права q садржи тачку A и нормална је на праву p . Наћи тачку пресека правих p и q .
19. Скаларни производ вектора.
20. Векторски производ вектора.
21. Мешовити производ вектора.

IV разред

1. Одредити област дефинисаности D_y функције $y = \frac{1}{x-2} + \sqrt{4-x^2}$.
2. Одредити домен функције и упростити израз $\frac{2a\sqrt[3]{ab^2} - a\sqrt[6]{ab^5} - ab}{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt{ab}} - 2^{1+2\log_8 a + \log_8 b}$.
3. Дате су функције: $f_1(x) = x$, $f_2(x) = \frac{x^2}{x}$, $f_3(x) = \sqrt{x^2}$, $f_4(x) = (\sqrt{x})^2$. Тачан је исказ:
 - а) Међу датим функцијама нема једнаких;
 - б) Све су функције међу собом једнаке;
 - в) $f_1 = f_2 \neq f_3$;
 - г) $f_1 = f_3 \neq f_4$;
 - д) $f_1 \neq f_3 = f_4$.
4. Ако је $f\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) = x-2$, $x \neq -1$, одредити $f(x)$.
5. Ако је $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ одредити $f^{-1}(x)$.
6. Израчунати: $f(f(2))$ ако је $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$.
7. Наћи функцију $h(x) = (f \circ g)(x) - 2(g \circ f)(x)$ ако је $f(x) = 2x + 1$ и $g(x) = x - 3$.
8. Наћи граничну вредност функције:
 - а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2 - 2} \right)^{3x^2}$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$.
9. Испитати промене и скицирати график функције: $y = \frac{x^2}{x+1}$.
10. Испитати промене и скицирати график функције: $y = \ln(\sin x)$.
11. Око сфере полупречника R описати конус (купе) најмање запремине. Одредити r , H те купе.
12. Наћи интеграл: $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$.
13. Наћи интеграл: $\int \cos^5 x dx$.
14. Наћи интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 + x - 6}$.
15. Наћи интеграл: $\int \ln^2 x dx$; $\int x^4 \ln x dx$.

16. Наћи интеграл: $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$.
17. Наћи интеграл: $\int_0^{\pi} x \cos x dx$.
18. Одредити површину фигуре омеђене линијама $y = 2 - x^2$ и $y = |x|$.
19. Права додирује параболу $y^2 = 12x$ у тачки $M(6, y_0)$, $y_0 > 0$. Израчунати запремину тела насталог обртањем око Ox осе фигуре ограничене овом тангентом, параболом и осом Ox .
20. Одредити коефицијент уз x^3 у развоју бинома $\left(2x^2 + \frac{1}{4}x\right)^{12}$.
21. У развоју бинома $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{y}{x}\right)^n$ одредити члан који не садржи x , ако је коефицијент трећег члана за 5 већи од коефицијента другог члана.
22. У одељењу је 15 дечака и 12 девојчица. Потребно је формирати екипу за квиз од 7 чланова. На колико се то начина може учинити ако екипу треба да чине бар 3 дечака?
23. Колико постоји бројева између 1000 и 4000 који се завршавају са 3 или 4?
24. У кутији се налазе 3 беле, 7 црвених и 8 зелених куглица. Колика је вероватноћа да ће се при истовременом извлачењу две куглице извући једна бела и једна црвена куглица?
25. У кутији се налази 6 белих и 4 црне куглице. Извлачи се одједном насумице 3 куглице. Колика је вероватноћа да ће све три извучене куглице бити исте боје?

Препоручена литература

1. Математика 1 (програми са четири часа наставе математике недељно)
Павле Миличић и др.
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 21177
2. Математика 2 (програми са четири часа наставе математике недељно)
Бранимир Шешеља и др.
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 22177
3. Математика 3 са збирком задатака за четворогодишње стручне школе: машинску, електротехничку, саобраћајну, грађевинску, рударску, дрвопрерађивачку и хемијску
Душан Георгијевић, Милутин Обрадовић
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 23177
4. Математика 4 са збирком задатака за гимназије природно-математичког смера и општег типа и стручне школе са четири часа наставе математике недељно
Милутин Обрадовић, Душан Георгијевић
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 24177
5. Збирка решених задатака из математике 1
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 21125
6. Збирка решених задатака из математике 2
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 22128
7. Збирка решених задатака из математике 3
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 23128
8. Збирка решених задатака из математике 4
Вене Богославов
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 24128
9. Збирка задатака и тестова из математике за припремање пријемног испита за упис на техничке и природно-математичке факултете
Група аутора
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, каталошки број 32249